תרגול מספר ~~4~~ 5

מימוש מעגלים צירופיים

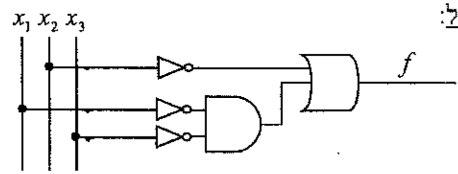
■ ממש במעגל את $f=\sum(0,1,2,4,5)$
ראשית נפשט את הפונקציה בעזרת מפת קרנו ואז נממש:

פישוט בעזרת מפת קרנו:

x_3 \ x_1x_2	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	0	0	1

$$f=\sum(0,1,2,4,5)=\overline{x_1}\,\overline{x_3}+\overline{x_2}$$

מימוש המעגל:



מימוש מעגלים – דוגמא נוספת

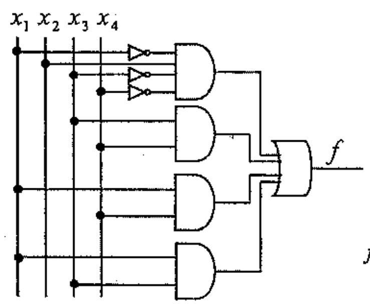
■ ממש במעגל את $f=\sum(3,4,7,9,10,11,13,14,15)$

פישוט בעזרת מפת קרנו

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	0	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	1	1

$$f=\sum(3,4,7,9,10,11,13,14,15)=\overline{x_1}\,x_2\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}+x_3x_4+x_1x_4+x_1x_3$$

מימוש המעגל



ייצוג BCD

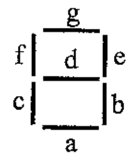
ייצוג הספרות
בצורה קומפקטית

■ כל ספרה עשרונית מיוצגת ע"י 4 סיביות

DIGIT	X_1
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

תרגיל

- נתונה הספרה הדיגיטלית



- יש לממש את סגמנט g בעזרת פונקציה בוליאנית : g תקבל 1 עבור כל ספרה שהיא אמורה להידלק ו-0 אחרת. הקלט הוא ספרה בייצוג BCD.

פתרון

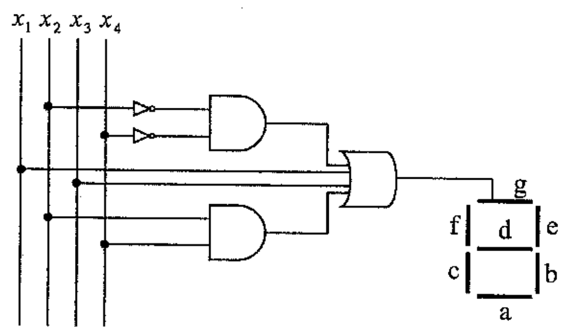
- ראשית נראה אילו סגמנטים נדלקים עבור אילו ספרות.
  - 0 - abcefg
  - 1 – be
  - 2 – acdeg
  - 3 – abdeg
  - 4 – bdef
  - 5 – abdfg
  - 6 – abcdfg
  - 7 – beg
  - 8 – abcdefg
  - 9 - abdefg
- טבלת האמת והפישוט שמתקבלים עבור g היא:

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	1	0	ϕ	1
01	0	1	ϕ	1
11	1	1	ϕ	ϕ
10	1	1	ϕ	ϕ

$$\Rightarrow g(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_1 + x_3 + x_2x_4 + \overline{x_2}\,\overline{x_4}$$

ב-1 g אינו דלוק. $\leftarrow g(0,0,0,1) = 0+0+0+0 = 0$

מימוש המעגל



מחברים

- רוצים לבצע פעולת חיבור בין שני מספרים בינריים בני n סיביות $A = A_{n-1}\cdots A_0, B = B_{n-1}\cdots B_0$ ולקבל את התוצאה בעלת n+1 הספרות $S = S_n \cdots S_0$
- <u>אפשרות א</u>: לבנות טבלה בגודל n^2 עבור כל האפשרויות -> (ממש לא)
- <u>אפשרות ב</u>: להפעיל את אלגוריתם החיבור שלמדנו בביה'ס היסודי.

חיבור שני מספרים בינריים

$$
\begin{array}{rcccc}
 & C_{n-1} \cdots & C_2 & C_1 & \\
 & A = A_{n-1} \cdots & A_2 & A_1 & A_0 \\
+ & B = B_{n-1} \cdots & B_2 & B_1 & B_0 \\
\hline
 & C_n S_{n-1} \cdots & C_3 S_2 & C_2 S_1 & C_1 S_0
\end{array}
$$

HA-ב

- נזדקק לשני רכיבים:
  - רכיב אחד שיחבר את שני הביטים הראשונים ויוציא את התוצאה והנשא (ייקרא מחבר למחצה או Half Adder)
  - רכיב שני שיחבר שני ביטים ועוד ביט נשא ויוציא את התוצאה והנשא (ייקרא מחבר מלא או Full Adder)

מחבר למחצה - Half Adder

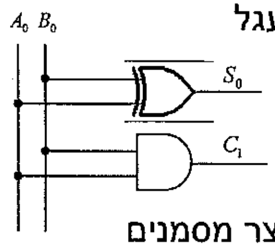
- רכיב זה מממש חיבור שני ביטים ולו יציאה לתוצאת החיבור S_0 ויציאה לנשא C_1 שמתקבל.
- נבנה את טבלת האמת עבור כל אחת מיציאות הרכיב:

XOR

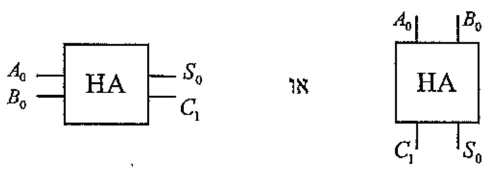
A_0	B_0	S_0	C_1
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

מחבר למחצה - Half Adder

- נממש במעגל



- באופן מקוצר מסמנים



מחבר מלא Full Adder

- רכיב זה מממש חיבור 3 סיביות ולו 3 כניסות ושתי יציאות: S_i לתוצאה ו-C_{i+1} לנשא.
- טבלאות האמת ומפות הקרנו עבורו נתונות ע"י:

C_i	A_i	B_i	S_i	C_{i+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

XOR
XOR

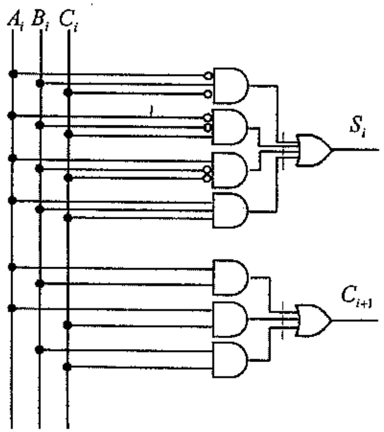
C_i \ A_iB_i	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

$$S_i = \overline{A_i}B_i\overline{C_i} + A_i\overline{B_i}\,\overline{C_i} + \overline{A_i}\,\overline{B_i}C_i + A_iB_iC_i$$

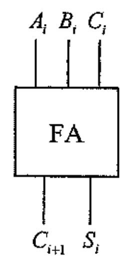
C_i \ A_iB_i	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$C_{i+1} = A_iB_i + A_iC_i + B_iC_i$$

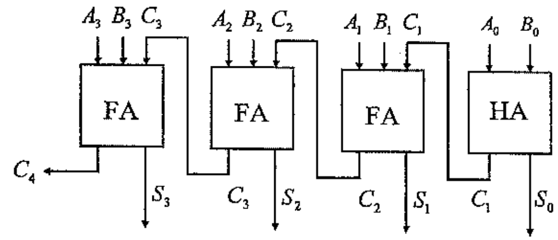
Full Adder מימוש מעגל



סימון מקוצר

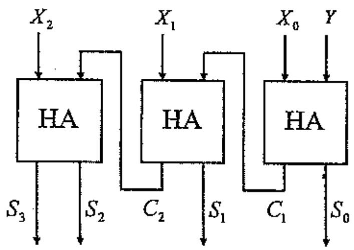


4-bit Adder - דוגמא



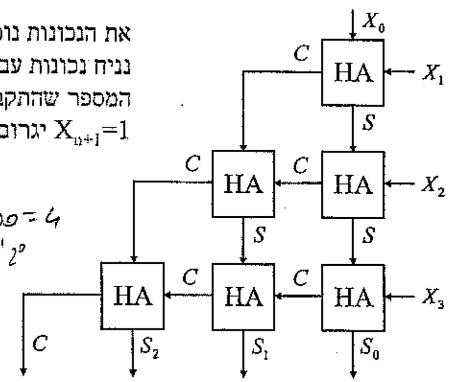
תרגיל

- תכנן מעגל ובו 3 HA המחבר מספר בן 3 סיביות עם מספר בן ספרה אחת.
- נסמן ב-$X_2X_1X_0$ את המספר בן 3 הספרות וב-Y את המספר בן הספרה האחת:



תרגיל

- תכנן מעגל המקבל מספר בן n ספרות ומחשב את מספר האחדות שבו ע"י שימוש ב- HA ‎n(n-1)/2
- נפתור עבור מספר בן 4 סיביות $X_3X_2X_1X_0$



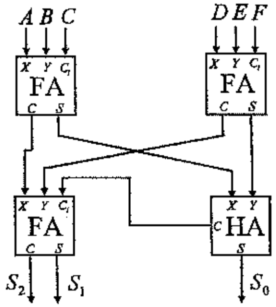
את הנכונות נוכיח בעזרת אינדוקציה: נניח נכונות עבור X_n . אם $X_{n+1}=0$ המספר שהתקבל עד כה לא ישתנה ואם $X_{n+1}=1$ יגרום הוספת 1 למספר.

$(1,1,1,1) \to 100 = 4$

$2^2\ 2^1\ 2^0$

תרגיל

■ תכנן מערכת המורכבת משלושה FA ו HA אחד המחשבת את מספר האחדות במספר בינארי בן 6 ספרות שיסומן ABCDEF.

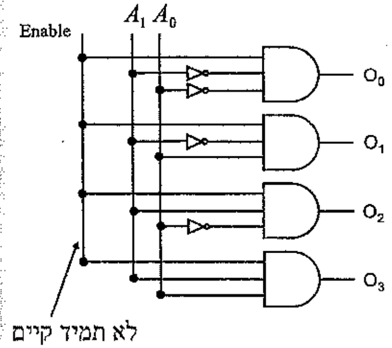


(111 111)

אין משמעות למיקום של ה-1

מפענחים Decoders

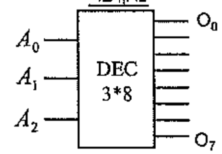
▪ רכיב אשר עבור כל קלט בורר את אחת היציאות, כלומר רק אחת היציאות תהא אחת והיתר תהיינה אפס.



טבלת האמת

A_0	A_1	O_0	O_1	O_2	O_3
0	0	1			0
0	1		1		
1	0			1	
1	1	0			1

מקוצר



מפענחים Decoders

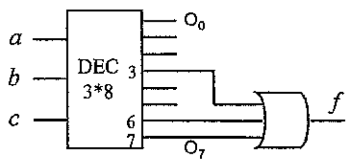
▪ ממש את הפונקציה $f(a,b,c)=ab+bc$ בעזרת DEC 3*8

ניתן להרחיב את הפונקציה וכך לגלות מי הם המקדמים

▪ <u>פתרון:</u>

$$f(a,b,c)=abc+ab\bar{c}+abc+\bar{a}bc=$$
$$=\underbrace{abc}_{7}+\underbrace{ab\bar{c}}_{6}+\underbrace{\bar{a}bc}_{3}$$

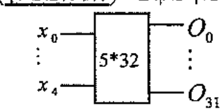
במקרה הזה מתקיים 1 כאשר $abc=111$ כלומר 7, $ab\bar{c}=110$ כלומר 6 וכו'.



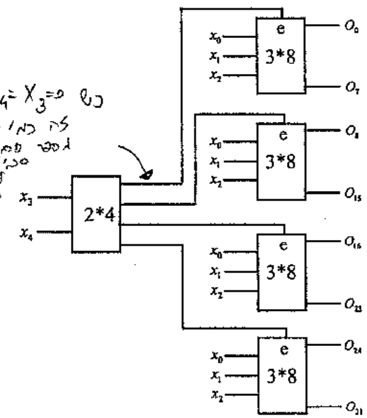
מפענחים Decoders

■ תכנן DEC 5*32 בעזרת 4 יחידות DEC 3*8 עם כניסות enable ויחידת DEC 2*4.

סימון מקוצר (**לא הפתרון**)



כש $X_4=X_3=0$



Decoders מפענחים

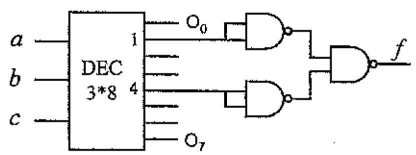
- ממש את הפונקציה $f(a,b,c,d)=\bar{a}\bar{b}c\bar{d}+a\bar{b}\bar{c}+\bar{a}\bar{b}cd$ בעזרת DEC 3*8 ושערי NAND בלבד.
- <u>פתרון</u>:

$$f(a,b,c,d)=\bar{a}bc+a\bar{b}\bar{c}$$

- נשתמש בעובדות הבאות:

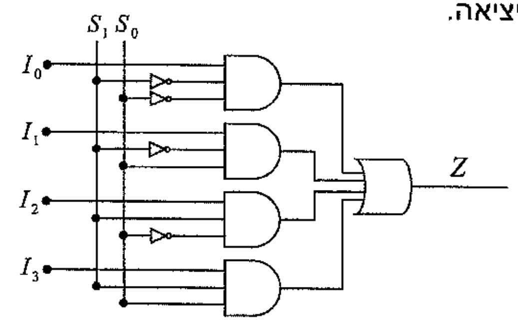
$$x+y=\overline{\bar{x}\,\bar{y}}\ ;\ \bar{x}=\overline{xx}\ ;\ x+y=\overline{\overline{xx}\,\overline{yy}}$$

- ונקבל:



Multiplexor

- רכיב אשר לו 2^n כניסות, n קווי בקרה ויציאה אחת.
- בהתאם לערכים בקווי הבקרה ערך אחת הכניסות נבחר ליציאה.



Multiplexor

- בעזרת MUX ניתן לממש פונקציות במשתנים S_0,S_1 כאשר כל שער AND מהווה MINTERM. מזינים 1/0 בכניסות I_k בהתאם.

Sum of Products

- לדוגמא: ממש את $z=\bar{s}_1+s_1\bar{s}_0$
- פתרון: ראשית יש להביא לצורת SOP

$$z=\bar{s}_1(s_0+\bar{s}_0)+s_1\bar{s}_0=\underbrace{\bar{s}_1 s_0}_{1}+\underbrace{\bar{s}_1\bar{s}_0}_{0}+\underbrace{s_1\bar{s}_0}_{2}$$

ולכן נזין 1 בכניסות I_0,I_1,I_2 ו-0 ב-I_3.

- ניתן לממש פונקציות המכילות משתנה V נוסף ל- S_0,S_1
- דרך המימוש היא ע"י הזנת בכניסות המתאימות.

Multiplexor

- דוגמא:

ממש בעזרת MUX את הפונקציה

$$z=\bar{s}_1\bar{s}_0+s_1s_0\bar{V}+\bar{s}_1V$$

<u>פתרון</u>:

$$z=\bar{s}_1\bar{s}_0V+\bar{s}_1\bar{s}_0\bar{V}+\bar{s}_1s_0V+s_1s_0\bar{V}=$$

$$=\bar{s}_1\bar{s}_0\left(V+\bar{V}\right)+\bar{s}_1s_0V+s_1s_0\bar{V}=$$

ולכן:

$$=\underbrace{\bar{s}_1\bar{s}_0}_{0}+\underbrace{\bar{s}_1s_0}_{1}V+\underbrace{s_1s_0}_{3}\bar{V}$$

$$I_0=1;I_1=V;I_2=0;I_3=\bar{V}$$