

בנוסף לתרגיל 1, נוכיח כי $\neg(\neg p \rightarrow p) \equiv \neg(p \rightarrow p)$

P	$(P \rightarrow P)$	$\neg(P \rightarrow P)$
t	t	f
f	t	f

לזה $\neg(\neg p \rightarrow p) \equiv \neg(p \rightarrow p)$

P	q	r	$(q \rightarrow r)$	$(P \rightarrow (q \rightarrow r))$
1	t	t	t	t
2	t	f	f	f
3	f	t	t	t
4	t	f	f	t
5	f	t	t	t
6	f	f	f	t
7	f	t	t	t
8	f	f	t	t

$(P \rightarrow (q \rightarrow r))$

12

הראה $\neg(\neg p \rightarrow p) \equiv \neg(p \rightarrow p)$
 (1,3,4,5,6,7,8,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,90,91,92,93,94,95,96,97,98,99,100)

P	q	$(P \vee q)$	$\neg(P \vee q)$	$(\neg P \wedge \neg q)$	$\neg(\neg P \wedge \neg q)$	(z)
t	t	t	f	f	t	f
t	f	t	f	f	t	f
f	t	t	f	f	t	f
f	f	f	t	t	f	f

$(\neg(P \vee q) \leftrightarrow \neg(\neg P \wedge \neg q))$

13

P	q	$(\neg P \rightarrow \neg q)$	$(\neg P \rightarrow q)$	$((\neg P \rightarrow q) \rightarrow q)$	(z)
1	t	t	t	t	t
2	f	t	t	f	f
3	t	f	t	t	t
4	f	t	f	t	t

$((\neg P \rightarrow \neg q) \rightarrow ((\neg P \rightarrow q) \rightarrow q))$

13

הראה $((\neg P \rightarrow \neg q) \rightarrow ((\neg P \rightarrow q) \rightarrow q))$
 (1,3,4,5,6,7,8,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,90,91,92,93,94,95,96,97,98,99,100)

2. הוכחה 16

$$\text{בנוסף } A = \neg Q \quad \text{ול } T = \{(P \wedge Q) \rightarrow R, D \rightarrow P, D, \neg R\} \quad (\text{nog}) \quad \text{E}$$

בנוסף $T \vdash_{\text{FPL}} A$ \Rightarrow סמן

הוכחה

(i) נוכיח כי $\neg Q$ מתקיים ב- T , כלומר $\neg Q$ מתקיים ב- V הינה מתקיים $\neg R$ ו- R מתקיים ב- T .

(ii) נוכיח כי $D \rightarrow P$ מתקיים ב- T , כלומר D מתקיים ב- T ו- P מתקיים ב- T .

הוכחה סדרה

$$(1) \quad V[D \rightarrow P] = t \Rightarrow \rightarrow_x(V[D], V[P]) = t \quad \text{E}$$

$$\text{((T מתקיים D))} \quad \text{E} \quad \neg(t, V[P]) = t \Rightarrow V[P] = f$$

$$(2) \quad V[\neg R] = t \Rightarrow \neg_x(V[R]) = t \Rightarrow V[R] = f$$

$$(3) \quad V[(P \wedge Q) \rightarrow R] = t \Rightarrow \rightarrow_x(V[(P \wedge Q)], V[R]) = t \quad \text{E}$$

$$\text{((2), FPL)} \quad \neg_x(V[(P \wedge Q)], f) = t \Rightarrow V[(P \wedge Q)] = f \quad \text{E}$$

$$\neg_x(V[P], V[Q]) = f \Rightarrow \neg_x(t, V[Q]) = f \quad \text{E}$$

$$\text{((1), FPL)} \quad V[Q] = f \Rightarrow \neg_x(V[Q]) = t \Rightarrow V[\neg Q] = t$$

. אלו רצוי לנו V מתקיים ב- A $\neg Q$ מתקיים ב- A

ולא $T \vdash_{\text{FPL}} A \Rightarrow$ A מתקיים ב- T $\neg Q$ מתקיים ב- T $\neg Q$ מתקיים ב- T

הוכחה

$$\text{בנוסף } T \vdash_{\text{FPL}} M \Rightarrow \text{בנוסף } M = ((A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)) \quad \text{ול } T = S((A \wedge B) \rightarrow C) \quad (\text{nog}) \quad \text{E}$$

הוכחה

(i) נוכיח כי $\neg Q$ מתקיים ב- T , כלומר $\neg Q$ מתקיים ב- V הינה מתקיים $\neg R$ ו- R מתקיים ב- T .

$V \not\models M \Rightarrow V[((A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C))] = f \Rightarrow \neg_x(V[(A \rightarrow C)], V[(B \rightarrow C)]) = f$

$$\Rightarrow V[(A \rightarrow C)] = f \Rightarrow \rightarrow_x(V[A], V[C]) = f \Rightarrow V[A] = t, V[C] = f \quad (1)$$

$$\nu[(A \wedge B) \rightarrow C] = \rightarrow_x(\nu[A], \nu[B], \nu[C]) = \rightarrow_x(\wedge_x(\nu[A], \nu[B]), \nu[C]) \quad \text{ל' ז� זב, נס נס}$$

8) $\rightarrow_x(\wedge_x(t, t), f) = \rightarrow_x(t, f) = f \Rightarrow$ $\rightarrow_x(t, f) \in V$ (ז� זב, נס נס)

 $\nu[(A \wedge B) \rightarrow C] = t$ (ז� זב, נס נס)

לעומת $\nu[(A \wedge B) \rightarrow C] = f$

(i) $T \vdash_{\text{cp}} M \rightarrow_{\text{cp}} V \in \Delta$ (ז� זב) $M = \neg(\neg c \wedge A) \dashv T = \{(A \rightarrow B), (B \rightarrow C)\}$ (ז� זב) (1)

היכן

ז� זב, $V \not\models M$ (ז� זב נס) $T \vdash$ (ז� זב) V (ז� זב) (ז� זב) (1)

ז� זב, $V \not\models M$ (ז� זב נס) $T \vdash$ (ז� זב) V (ז� זב) (ז� זב) (2)

$$\begin{aligned} \nu[\neg(\neg c \wedge A)] = f &\Rightarrow \rightarrow_x(\nu[\neg(\neg c \wedge A)]) = f \Rightarrow \nu[\neg(\neg c \wedge A)] = t \Rightarrow \\ &\Rightarrow \wedge_x(\nu[c], \nu[A]) = t \Rightarrow \nu[c] = t \Rightarrow \rightarrow_x(\nu[c]) = t \Rightarrow \boxed{\nu[c] = f} \quad (1) \\ &\qquad \qquad \qquad \text{ז� זב, נס נס} \quad \text{ז� זב, נס נס} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu[(A \rightarrow B)] = t &\Rightarrow \rightarrow_x(\nu[A], \nu[B]) = t \Rightarrow \rightarrow_x(t, \nu[B]) = t \Rightarrow \boxed{\nu[B] = t} \quad (2) \\ &\qquad \qquad \qquad \text{ז� זב, נס נס} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu[(B \rightarrow C)] = t &\Rightarrow \rightarrow_x(\nu[B], \nu[C]) = t \Rightarrow \rightarrow_x(t, \nu[C]) = t \Rightarrow \boxed{\nu[C] = t} \\ &\qquad \qquad \qquad \text{ז� זב, נס נס} \end{aligned}$$

(i) $T \vdash_{\text{cp}} M \rightarrow_{\text{cp}} V$ (ז� זב) (1) \Rightarrow (ז� זב) (2)

לעומת

(ii) $T \vdash_{\text{cp}} M \rightarrow_{\text{cp}} V$ (ז� זב) $M = (c \wedge A) \rightarrow (c \wedge B) \dashv T = \{(A \rightarrow B)\}$ (ז� זב) (3)

היכן

ז� זב, $V \not\models M$ (ז� זב נס) $T \vdash$ (ז� זב) V (ז� זב) (ז� זב) (1)

ז� זב, $V \not\models M$ (ז� זב נס) $T \vdash$ (ז� זב) V (ז� זב) (ז� זב) (2)

$$\begin{aligned} \nu[M] = f &\Rightarrow \nu[(c \wedge A) \rightarrow (c \wedge B)] = f \Rightarrow \rightarrow_x(\nu[c \wedge A], \nu[c \wedge B]) = f \Rightarrow \\ &\qquad \qquad \qquad \text{ז� זב, נס נס} \end{aligned}$$

$$\boxed{\nu[c \wedge A] = t} \quad (1) \quad \boxed{\nu[c \wedge B] = f} \quad (2)$$

$$(I) \Rightarrow \wedge_x(\nu[c], \nu[A]) = t \Rightarrow \boxed{\nu[c] = t} \quad (3)$$

$$(II) \Rightarrow \wedge_x(\nu[c], \nu[B]) = f \Rightarrow \wedge_x(t, \nu[B]) = f \Rightarrow \boxed{\nu[B] = f} \quad (4)$$

$$(III) \Rightarrow \wedge_x(\nu[c], \nu[B]) = f \Rightarrow \wedge_x(t, \nu[B]) = f \Rightarrow \boxed{\nu[B] = f} \quad (4)$$

$$V[(A \rightarrow B)] = \rightarrow_*(V[A], V[B]) = \rightarrow_*(t, f) = f$$

(3) \vdash (3) $\vdash \rightarrow_*$ \vdash

$V[(A \rightarrow B)] = t$ (3) \vdash (3) $\vdash \rightarrow_*$ \vdash
ג'וּגְרָה סַחְיָה גִּרְמָה כִּי V[.] יְהִי תְּבוּנָה וְאֶתְבּוּנָה כִּי V[.] יְהִי תְּבוּנָה וְאֶתְבּוּנָה

$\boxed{\text{לען}}$

ב' \vdash $A \rightarrow B$ \vdash $V[A] \vdash V[B]$ \vdash $A \rightarrow B$ \vdash $V[A] \vdash V[B]$ \vdash

$A \rightarrow B$ \vdash $V[A] \vdash V[B]$ \vdash $A \rightarrow B$ \vdash $V[A] \vdash V[B]$ \vdash
ת' \vdash $V[A] \vdash V[B]$ \vdash $A \rightarrow B$ \vdash $V[A] \vdash V[B]$ \vdash
 $V[A] = t$ \vdash $V[B] = t$ \vdash $A \rightarrow B$ \vdash $V[A] \vdash V[B]$ \vdash

$\boxed{\text{לען}}$

$B \vdash A \rightarrow B$ \vdash $(A \rightarrow B) \vdash A$ \vdash $V[A] \vdash V[A]$ \vdash (1)

ב' \vdash $B \vdash A \rightarrow B$ \vdash

$B := (q \wedge q)^{-1}$ $A := p$ \vdash $B \vdash A \rightarrow B$ \vdash ת' \vdash

$V[r] = \begin{cases} t & r=p \text{ (טבבון)} \\ f & \text{o/w} \end{cases}$ $V[A] = V[p] = t$ \vdash
 $V[A] = V[p] = t$ \vdash $A \vdash A$ \vdash $V[A] = V[A]$ \vdash

$V_2[r] = \begin{cases} f & r=p \\ f & \text{o/w} \end{cases}$ \vdash $V[(A \rightarrow B)] = \rightarrow_*(V[A], V[B]) = \rightarrow_*(V[p], V[q]) = t$ \vdash
 $\rightarrow_*(f, V[B]) = t$ \vdash

ב' \vdash $B \vdash A \rightarrow B$ \vdash

$B \vdash A \rightarrow B$ \vdash $V[A] \vdash V[B]$ \vdash $B \vdash A \rightarrow B$ \vdash $V[A] \vdash V[B]$ \vdash
 $V[B] = t \Rightarrow V[q \wedge q] = t \Rightarrow \wedge_*(V[q], V[q]) = t \quad \text{ת'}$

$\text{ת' } \vdash \boxed{V[q] = t}$
 $V[q] = t \Rightarrow \wedge_*(V[q]) = t \Rightarrow \boxed{V[q] = f}$
 $\vdash \wedge_*(V[q])$

ב' \vdash $B \vdash A \rightarrow B$ \vdash

$\vdash B \vdash A \rightarrow B$ \vdash $A \neg B \vdash B \vdash A \vdash$ \vdash
 $\vdash B \vdash A \rightarrow B$ \vdash

$\boxed{\text{לען}}$

$A_1, A_2, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B \iff A_1, A_2, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B$ (5)

הוכחה:

הוכחה:

(\Rightarrow) $A_1, A_2, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B$ \iff $A_1, A_2, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B$ (5) (\Leftarrow)
 אוניברסליות הוכחה (1) מילויי הוכחה (4) מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5)

בנוסף נשים $T = \{A_1, \dots, A_n\}$ ו- V ו- f ו- t .
 או גורם (1) מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה
 $A_1, A_2, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B$

$V[A_i] = f$ ו- $V[A] = t$ ו- $V[A_2] = f$ ו- \dots ו- $V[A_n] = f$ ו- $V[t] = t$

$$V[A_1, \dots, A_n] = \wedge^*(V[A_1], \wedge^*(V[A_2], \dots, \wedge^*(V[A_n], \dots))) \rightarrow t$$

$$= \wedge^*(V[A_1], \wedge^*(V[A_2], \dots, \wedge^*(f, \dots))) = \wedge^*(V[A_1], \wedge^*(V[A_2], \dots, f)) = t$$

$A_1, A_2, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B$ \iff $A_1, A_2, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B$ ו- V ו- f ו- t
 מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5)

$A_1, A_2, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B$ \iff V ו- f ו- t . T ו- t ב- V ו- t (iii)

$V[A_i] = f$ ו- $V[A] = t$ ו- $V[A_2] = f$ ו- \dots ו- $V[A_n] = f$ ו- $V[t] = t$

$$V[A_1, \dots, A_n] = \wedge^*(V[A_1], \dots, \wedge^*(V[A_n], V[A_n])) = \wedge^*(t, \dots, \wedge^*(t, t)) = t$$

$V[B] = f$ ו- $V[A_1, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B] = t$ ו- $V[A_1, \dots, A_n] = f$ ו- $V[B] = f$ ו- t ו- t ו- t

$V[A_1, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B] = t$ ו- $V[B] = f$ ו- t ו- t ו- t ו- t ו- t ו- t

$(V \vdash B) \iff$ t

$A_1, A_2, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B$ \iff V ו- f ו- t (5) מילויי הוכחה (5)

(\Rightarrow) $V[T] = \{A_1, \dots, A_n\} \vdash_{\text{CP}} B$ \iff $V[A_1, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B] = t$ (\Leftarrow)
 מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5)

(*) $V[A_1, \dots, A_n] = f$, $V[t] = t$, $T = \{A_1, \dots, A_n\}$ ב- V ו- t (5) (i)

(1) מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5)

מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5) מילויי הוכחה (5)

$V[A] = f \iff (A \vdash_{\text{CP}} B) \iff A \vdash_{\text{CP}} B$ ו- f ו- t ו- t ו- t

ו- t ו- t ו- t ו- t ו- t ו- t ו- t ו- t

$V[B] = t \iff (B \vdash_{\text{CP}} A_1, \dots, A_n) \iff B \vdash_{\text{CP}} A_1, \dots, A_n$ ו- t ו- t ו- t ו- t

$V[A_1, \dots, A_n] = t \iff A_1, \dots, A_n \vdash_{\text{CP}} B$ ו- t ו- t

ו- t ו- t ו- t ו- t ו- t ו- t ו- t ו- t

$V[B] = t \iff (B \vdash_{\text{CP}} A_1, \dots, A_n) \iff B \vdash_{\text{CP}} A_1, \dots, A_n$ ו- t ו- t ו- t ו- t

ו- t ו- t ו- t ו- t

הנימוקו הוא כי הינה T_{top} 3.

3. בון בונדינג נראה כי A_{top}

T ב- B גון G ו- A , $T_{top}A$ ב- B , ו- A ב- B מתקיים, $T_{top}A$ ב- B \Rightarrow גונת A ב- B .

A ב- B גון G $\Rightarrow A_{top}$ ב- B כי A ב- B .

לעתה נשים כי A_{top} ב- B מתקיים A_{top} ב- B , כי A ב- B .

בונדינג

\hookrightarrow "כ"ז V_{top} ו- S_{top} ב-

$V[A]=t$, ו- $V[A]$ כ"ז S_{top} גונת A ב- B . $V[A]$ כ"ז S_{top} גונת A ב- B , $V[A]=t$, ו- $V[A]$ כ"ז S_{top} גונת A ב- B , $V[A]=t$, ו- $V[A]$ כ"ז S_{top} גונת A ב- B .

A ב- B גון G $\Rightarrow A_{top}$ ב- B .

$T_{top}A$ ב- B , $T_1 \leq T_2$ כי $T_{top}A$ ב- B .

(לעתה נשים כי $T_{top}A$ ב- B מתקיים $T_{top}A$ ב- B). A ב- B גון G , $V[A]=t$, ו- $V[A]$ גונת A ב- B .

כ"ז $V[A]=t$, $V[A]$ כ"ז T_2 , T_2 כ"ז S_{top} גונת A ב- B , $T_1 \leq T_2$, T_1 כ"ז $V[A]=t$, $V[A]=t$, $V[A]=t$, $V[A]=t$.

A ב- B גון G , $V[A]=t$, גונת A ב- B .

A ב- B גון G , T_1 ב- B גון G , T_1 $\leq T_{top}A$ כי T_1 כ"ז $V[A]=t$, $V[A]=t$.

לעתה נשים $V[A]=t$.

$T_{top}B$ ב- B , $T_{top}A$ ב- B , $TU\{A\}_{top}B$ ב- B .

(לעתה נשים כי $T_{top}B$ ב- B מתקיים $T_{top}B$ ב- B).

B ב- B גון G , $T_{top}B$ ב- B גון G .

לעתה נשים כי $T_{top}B$ ב- B מתקיים $T_{top}B$ ב- B .

$V[A]=t$, $V[A]=t$.

(לעתה נשים כי $T_{top}B$ ב- B מתקיים $T_{top}B$ ב- B).

A ב- B גון G , $T_{top}B$ ב- B גון G , $TU\{A\}_{top}B$ ב- B .

B ב- B גון G , $V[B]=t$, $V[B]=t$.

לעתה נשים כי $T_{top}B$ ב- B מתקיים $T_{top}B$ ב- B .

כ"ז $V[B]=t$, $V[B]=t$.

\square סוף

9. ה' כהה:

$$\vdash_{\text{CPL}} A \text{ ו } \vdash_{\text{CPL}} B \Rightarrow \vdash_{\text{CPL}} A \rightarrow B \Rightarrow \vdash_{\text{CPL}} A \rightarrow B$$

$$t \models v_2 \dashv v_1 \text{ או } v_1, v_2 \models$$

$$V_1[B] = f \Leftarrow V_1 \not\models B \quad (\text{I})$$

$$V_2[A] = t \Leftarrow V_2[A] = f \Leftarrow V_2 \not\models A \quad (\text{II})$$

$$V[B] = \begin{cases} V_1[B] & \exists q \in A \models [B] \\ V_2[B] & \exists q \in A \not\models [A] \end{cases} \quad : V \text{ נבנה חניה}$$

לפניהם קיימת בדיקת האפשרויות $V_1[B]$ ו- $V_2[B]$, ומיינן מושג $V_1 \models B$ ו- $V_2 \models B$.

$$V[B] = V_1[B] = f \quad \text{ו} \quad V[A] = V_2[A] = t \quad \text{או} \quad \vdash_{\text{CPL}} A \rightarrow B \quad \text{או} \quad V_1 \models B \quad \text{ו} \quad V_2 \models A \rightarrow B \quad \text{או} \quad V_1 \not\models B \quad \text{ו} \quad V_2 \models A \rightarrow B \quad \text{או} \quad V_1 \not\models B \quad \text{ו} \quad V_2 \not\models A \rightarrow B$$

$\vdash_{\text{CPL}} B \Leftarrow \vdash_{\text{CPL}} A \rightarrow B$ ו- $\vdash_{\text{CPL}} A \rightarrow B \Leftarrow \vdash_{\text{CPL}} B$ סבירו בזאת ש- $A \rightarrow B$ מוגדר כ-

13. סעיפים

5. חישוב

ולפניהם קיימת בדיקת האפשרויות $V_1[B]$ ו- $V_2[B]$, ומיינן מושג $V_1 \models B$ ו- $V_2 \models B$.

בנוסף לכך קיימת בדיקת האפשרויות $V_1[A \rightarrow B]$ ו- $V_2[A \rightarrow B]$, ומיינן מושג $V_1 \models A \rightarrow B$ ו- $V_2 \not\models A \rightarrow B$.

לפניהם קיימת בדיקת האפשרויות $V_1[B]$ ו- $V_2[B]$, ומיינן מושג $V_1 \models B$ ו- $V_2 \not\models B$.

בנוסף לכך קיימת בדיקת האפשרויות $V_1[A \rightarrow B]$ ו- $V_2[A \rightarrow B]$, ומיינן מושג $V_1 \models A \rightarrow B$ ו- $V_2 \not\models A \rightarrow B$.

בנוסף לכך קיימת בדיקת האפשרויות $V_1[B]$ ו- $V_2[B]$, ומיינן מושג $V_1 \not\models B$ ו- $V_2 \not\models B$.

$: A = p \Leftarrow q = p \quad (\text{i})$

$$V[A \{\frac{B}{P}\}] = V[P \{\frac{B}{P}\}] = V[B] \quad \begin{matrix} \uparrow \\ (\text{מיינן}) \end{matrix} \quad V[C] = V[P \{\frac{C}{P}\}] = V[A \{\frac{C}{P}\}] \quad \begin{matrix} \uparrow \\ (\text{מיינן}) \end{matrix}$$

$: q \neq p \quad (\text{ii})$

$$V[A \{\frac{B}{P}\}] = V[q \{\frac{B}{P}\}] = V[q] \quad \begin{matrix} \uparrow \\ (q \neq p) \end{matrix} \quad V[q \{\frac{C}{P}\}] = V[A \{\frac{C}{P}\}] \quad \begin{matrix} \uparrow \\ (q \neq p) \end{matrix}$$

שאלה $A = (\psi \circ \varphi) - 1$ $A = \gamma \varphi$ ומיינן מושג $\varphi, \psi \models A$ ומיינן מושג $\varphi \models A$.

$$V[A \{\frac{B}{P}\}] = V[\gamma \varphi \{\frac{B}{P}\}] = \gamma (V[\varphi \{\frac{B}{P}\}]) = \gamma (V[\psi \{\frac{B}{P}\}]) \quad \begin{matrix} \oplus \\ (\text{מיינן}) \end{matrix} \quad ; A = \gamma \varphi$$

$$\Theta V[\gamma \varphi \{\frac{C}{P}\}] = V[A \{\frac{C}{P}\}]$$

$$V[A \{\frac{B}{P}\}] = V[(\psi \circ \varphi) \{\frac{B}{P}\}] = V[(\psi \{\frac{B}{P}\} \circ \varphi \{\frac{B}{P}\})] = 0 \cdot (V[\psi \{\frac{B}{P}\}], V[\varphi \{\frac{B}{P}\}]) \quad ; A = (\psi \circ \varphi)$$