איך בוחרים סטטיסטי מבחן?

כשיעור המבחן למבחני של עוצמה, כלומר יש סטטיסטי מבחן שהם יותר רגישים. סטטיסטי המבחן הרגיש ביותר: הוא יחס הנראות. אם נדמיין למדיה המתאימה 1 ל-1 לסקאלה של יחס הנראות למבחן אחר, מובטח שגם לו תהיה עוצמה מקסימלית (עפ״י למת פירסון).

נציג טבלה המציגה את האפשרויות השונות לתוצאות כתוצאה ממבחן.

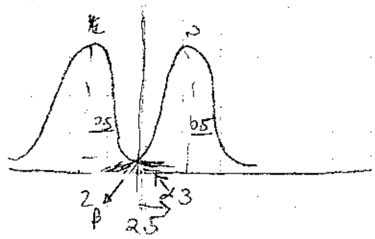
מציאות	$\bar{H}_0$	H_0
דחיה	✓ (TP)	טעות I (FP)
אי דחיה	טעות II (FN)	✓ (TN)

α - סיכוי שאני מוכן לחיות איתו בשלום לטעות מסוג 1. P_{H_0}(דחיה)

π - עוצמה של מבחן, כלומר הסיכוי שנדחה אם האלטרנטיבה נכונה P_{H_1}(דחיה)

β - אי דחיה כאשר האלטרנטיבה נכונה P_{H_1}(אי דחיה)

P-Value - הסיכוי לראות את התוצאה שקיבלנו או קיצונית ממנה כאשר השערת ה-0 נכונה.



<u>תרגיל</u> - המוכר השכונתי מנסה למכור שרת מחשבים
אני רוצה לבדוק האם מולי שרת מסוג ד'
או מולי שרת מסוג כ'

$H_0: X_i \sim N(2, \overset{\text{ס.תקן}}{0.5})$

$H_1: X_i \sim N(3, 0.5)$

נשתמש בממוצע כי יש לו עוצמה גבוהה יותר (כפונקציה מונוטונית עפ״י למת פירסון).

נוסח הבעיה אינו קשור לסטטיסטי המבחן אלא רק תוצר של השאלה
השערת ה-0 היא שזהו שרת סוג ד' ולכן זו טעות מסוג 1.

נדחה אם היה בזמן כזה π.

נדחה עבור ערכים גבוהים.

אם זמן השיפה הממוצע הוא 2.5 ומעלה נדחה, מהו π?

$$\pi = P_{H_1}(\text{דחיה}) = P_{H_1}(\bar{X}_3 > 2.5) = 1-\Phi\left(\frac{2.5-3}{\frac{0.5}{\sqrt{3}}}\right) = 0.958$$

$$P(I) = P_{H_0}(\text{דחיה}) = P_{H_0}(\bar{X}_3 > 2.5) = 1-\Phi\left(\frac{2.5-2}{0.5/\sqrt{3}}\right) = 0.041$$

הסיכוי לטעות מסוג 1

8.1.09
2

סטטיסטיקה - תרגול 10

מה הסיכוי לטעות מסוג שני? $\pi-1$. (יוצא שאין דבר כזה שגיאה הפוכה (נמצא הבעיה באמצע בין 2 ל-3)

אילו שרת מודיע לנו שזמן השליפה הוא 2.45ms? סוג כזה כ"א אינו לא כזה הדחייה.

מהו ה-P-value של המבחן?

$$\text{P-value} = P_{H_0}(\bar{X}_3 > 2.45) = 1-\Phi\left(\frac{2.45-2}{0.5/\sqrt{3}}\right) = 0.059$$

כלומר, הסיכוי שזמן השליפה יהיה ארוך מזמן זה הוא 5.9%. מקום שהסף הוא 5% ולכן התוצאה הזו לא מספיק בלתי סבירה כדי לדחות את השערת ה-0.

אנו יכולים להגדיל את אזור הדחייה אם כך גם ל-6%.

ניתן להגדיל את כמות השליפות וכך רק לצמצם הסתברות טעות יותר איזה שרת זה. תיקון ל-4 ונגדיל את העוצמה ל- 0.9772 הסיכוי לטעות מסוג 1 ירד ל 0.022.

36 סעיף ח לא צריך להגיש.

<u>תרגיל 5 משו"ב</u>

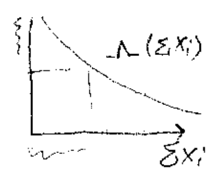
$H_0: X_i \sim Pois(2)$, $H_1: X_i \sim Pois(1)$

בנו את יחס הנראות:

גם של יחס נראות $\nearrow$ $\Lambda = \frac{L_{H_1}}{L_{H_0}}$

$$L(\lambda) \text{ "="} P(X_1=x_1,\dots,X_n=x_n) = \underbrace{\prod_{i=1}^{n} P(X_i=x_i)}_{P(X=x)=\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}} = \prod_{i=1}^{n}\frac{\lambda^{x_i}e^{-\lambda}}{x_i!} = e^{-n\lambda}\lambda^{\sum x_i}\prod\frac{1}{x_i!}$$

$$\Rightarrow \Lambda = \frac{e^{-n\lambda_1}\lambda_1^{\sum x_i}/\cancel{\prod\frac{1}{x_i!}}}{e^{-n\lambda_0}\lambda_0^{\sum x_i}/\cancel{\prod\frac{1}{x_i!}}} = \underbrace{e^{n(\lambda_0-\lambda_1)}}_{\text{חיובי}}\underbrace{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^{\sum x_i}}_{\frac{1}{2}^{\sum x_i}} \Rightarrow \text{יחס הנראות יורד}$$



במבחן הנראות תמיד נדחה לערכים גבוהים של יחס הנראות (בהגדרה של ספרים להפך).

לכן נדחה לערכים נמוכים של סכום התצפיות.

$$\pi = P_{H_1}\left(\sum x_i \le 3\right) = 0.43$$