

הנחה: רצוי ש邏輯ת אוניברסלית תקבע: 1

$$\Gamma \vdash_{\text{HFOL}} A \quad \text{בנ"ו} \quad \Gamma \vdash_{\text{HFOL}^*} A \quad \text{בנ"ו} \quad (\Rightarrow)$$

$\text{HFOL} \rightarrow \text{HFOL}^*$ \rightarrow פונקציית \vdash היא מוגדרת היטב

בנ"ו $\exists x. A \rightarrow C \in \vdash$ $A \rightarrow C \vdash_{\text{HFOL}} \exists x. A \rightarrow C \quad \text{בנ"ו}$ (ii)

:HFOL \rightarrow מוגדרת היטב

רנ"ג (1) $A \rightarrow C \quad (C \rightarrow \forall x. A \rightarrow x)$

Gen 1 (2) $\forall x. (A \rightarrow C)$

(i2) מילוק (3) $\forall x. (A \rightarrow C) \rightarrow (\exists x. A \rightarrow C)$
 $(C \rightarrow \forall x. A \rightarrow x)$

MP 2,3 (4) $\exists x. A \rightarrow C$

בנ"ו $\exists x. A \rightarrow C \in \vdash$ $C \rightarrow A \vdash_{\text{HFOL}} C \rightarrow \forall x. A \quad \text{בנ"ו}$ (ii)

:HFOL \rightarrow מוגדרת היטב

רנ"ג (1) $C \rightarrow A \quad (C \rightarrow \forall x. A \rightarrow x)$

Gen 1 (2) $\forall x. (C \rightarrow A)$

(i2) מילוק (3) $\forall x. (C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow \forall x. A)$
 $(C \rightarrow \forall x. A \rightarrow x)$

MP 2,3 (4) $C \rightarrow \forall x. A$

אשנה

$M \models A \Leftrightarrow M \models A$ כי M מודולו $A \vdash A$ (לעתות גאלה)

, $M \models A$ ערכו כ- $M \models A$ (ב) (\Rightarrow)

(ב) $\vdash A \vdash A$ (ב) (\Rightarrow) $FV[A] = \{x_1, \dots, x_n\}$ כ- x_1, \dots, x_n מודולו

$M, V \models A$ ו- V גס, $M \models A$ כי V מוגדרת כ-

$M, V[x_1=a_1, \dots, x_n=a_n] \models A$ כי $a_1, \dots, a_n \in D$ גס (ב)

(ב) $\vdash \{U \mid U = V[x_1=a_1, \dots, x_n=a_n] \in D\}$ מוגדרת כ-

ונראה ש- $M, V[x_1=a_1, \dots, x_n=a_n] \models A$ כי V מוגדרת כ-

ומיד ש- $M, V[x_1=a_1, \dots, x_{n-1}=a_{n-1}] \models A$ כי V מוגדרת כ-

$M, V \models A x_1 \dots A x_n A$ כי A מוגדרת כ-

$M \models A x_1 \dots A x_n A$

$FV[\forall x_1 \dots \forall x_n A] = \emptyset$ כי $(FV[A] = \{x_1, \dots, x_n\} \neq \emptyset)$ x_1, \dots, x_n מוגדרת כ-

$M \models A$ כי A מוגדרת כ- $\forall x_1 \dots \forall x_n A$

, $M \models A$ ערכו כ- $M \models A$ (ב) (\Rightarrow)

$\forall x_1 \dots \forall x_n A$ גס, $FV[A] \subseteq \{x_1, \dots, x_n\}$ כ- x_1, \dots, x_n מודולו

A מוגדרת כ-

$M, V \models A \Rightarrow M, V \models A x_1 \dots A x_n A$ כי $M \models A$ כי V מוגדרת כ-

וב- $\forall x_1 \dots \forall x_n A$ מוגדרת כ- $V \models A$ כי V מוגדרת כ-

$V \models A x_1 \dots A x_n A$ כי V מוגדרת כ- $M, V \models A x_1 \dots A x_n A$ כי $M, V \models A$ כי $M \models A$

$M \models A \Leftrightarrow M \models T$ כי M מודולו $T \vdash A$ (ב) (\Rightarrow)

$M \models A \Leftrightarrow M \models T \Leftrightarrow M \models Y \Leftrightarrow M \models T \Leftrightarrow M \models A$ (ב) (\Rightarrow)

ש- M מודולו $T \vdash A$ כי $M \models T$ כי $M \models A$

הוכחה נוספת (ב)

כי M מודולו $T \vdash A$ כי $M \models T$ כי $M \models A$ (ב) (\Rightarrow)

$T \vdash A$ כי $M \models T$ כי $M \models A$ כי $M \models A$

כי M מודולו $T \vdash A$ כי $M \models T$ כי $M \models A$ (ב) (\Rightarrow)

$T \vdash A$ כי $M \models A$ כי $M \models A$

השאלה: נסמן \sim כ\neg $V : \text{סימן}$ $\prec^2, \succ^2, g_r^{-1} \text{ ו } p_w^{-1}$ $p_w^{-1} \text{ סימן}$ הצורה $\forall x. g_r(x) \rightarrow (\exists y (g_r(y) \wedge (p_w(y) > p_w(x)))) \quad (i)$ $\forall x. \forall y. (x \prec y) \rightarrow (\neg(p_w(x) > p_w(y))) \quad (ii)$ $\forall z. g_r(z) \rightarrow (z \prec V) \quad (iii)$ $\neg g_r(V) \xrightarrow{\text{by (i), (ii)}} \neg \exists y (g_r(y) \wedge (p_w(y) > p_w(V))) \Rightarrow \neg \exists y \quad (iv)$

ולכן $\neg \exists y$ מתקיים, ולכן $\neg \exists y$ מתקיים

$(\forall E) \Rightarrow \forall x. g_r(x) \rightarrow (\exists y (g_r(y) \wedge (p_w(y) > p_w(x))))$
 $\Rightarrow g_r(V) \rightarrow (\exists y (g_r(y) \wedge (p_w(y) > p_w(V))))$ $\neg g_r(V) \Rightarrow \neg g_r(V) \quad (\rightarrow E)$
 $\neg g_r(V) \Rightarrow \exists y (g_r(y) \wedge (p_w(y) > p_w(V))) \quad \text{(*)} \rightarrow \text{סימן}$

$(\forall E) \Rightarrow \forall z. g_r(z) \rightarrow (z \prec V)$ $\neg g_r(z) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \Rightarrow \neg g_r(z) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \quad (\forall A)$ $\Rightarrow \forall x \forall y. (x \prec y) \rightarrow (\neg(p_w(x) > p_w(y))) \quad (\forall A)$
 $\Rightarrow \neg g_r(z) \rightarrow (z \prec V)$ $\neg g_r(z) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \Rightarrow \neg g_r(z) \quad (\rightarrow E)$ $\Rightarrow \forall y. (z \prec y) \rightarrow (\neg(p_w(z) > p_w(y))) \quad (\forall A)$
 $(E) \Rightarrow \neg g_r(z) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \Rightarrow (z \prec V)$ $\neg g_r(V) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \Rightarrow \neg (p_w(z) > p_w(V)) \quad (\forall A)$
 $\neg g_r(V) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \Rightarrow \neg (p_w(z) > p_w(V)) \quad \text{(*)} \rightarrow \text{סימן}$

$(\forall A) \neg g_r(V) \wedge g_r(z) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \Rightarrow \neg g_r(z) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \quad (\forall A)$
 $(I) \neg g_r(V) \wedge g_r(z) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \Rightarrow (p_w(z) > p_w(V)) \quad \neg g_r(V) \wedge g_r(z) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \Rightarrow \neg (p_w(z) > p_w(V))$
 $\neg g_r(z) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \Rightarrow \neg g_r(V) \quad \text{(*)} \rightarrow \text{סימן}$

$(\forall A) \neg g_r(V) \wedge \exists y. (g_r(y) \wedge (p_w(y) > p_w(V))) \quad (\forall A)$
 $(\exists E) \neg g_r(V) \Rightarrow \exists y. (g_r(y) \wedge (p_w(y) > p_w(V))) \quad \neg g_r(V) \wedge (p_w(z) > p_w(V)) \Rightarrow \neg g_r(V)$
 $\neg g_r(V) \Rightarrow \neg g_r(V) \quad \neg g_r(V) \Rightarrow \neg g_r(V) \quad \neg g_r(V) \Rightarrow \neg g_r(V) \quad (I)$

שאלה