

(ג) $A_1 = L + D$; $A_2 = U$

(נסח) (מילוי) (תרגיל)

$(L+D)x = b - Ux$

$- Dx = b - Ux - Lx \Rightarrow x = D^{-1}(b - Ux - Lx)$

$x = (L+D)^{-1}b - (L+D)^{-1}Ux$

יש סדרה
גדלה

$x^{k+1} = D^{-1}b - D^{-1}Ux^k + D^{-1}Lx^{k-1}$

קונסנטיבי

Gauss-Seidel (קונס) מילוי (ג) (נסח) (מילוי) (תרגיל)

$x^{k+1} = Bx^k$

(נסח) (מילוי) (תרגיל) \tilde{x} (נסח) (מילוי) (תרגיל)

$\|x^{k+1} - \tilde{x}\| = \|B(x^k - \tilde{x})\| \leq \|B\| \|x^k - \tilde{x}\| \leq \|B\|^2 \|x^{k-1} - \tilde{x}\| \leq \|B\|^n \|x^1 - \tilde{x}\|$

אנחנו רוצים לקבל סדרה קונסנטיבי (כדי שמתחיל להתכנס) $\|B\| < 1$ זה תמיד
מספיק להתכנסת האיטרציה. (עם זאת, זה לא תמיד הנכחי) אנחנו רוצים להבין
בהמשך

ראינו כבר כי $\rho(B) \leq \|B\|$ (כדי נשמר שמתקיים $\|B\| \leq \|B\|$ (כדי נשמר שמתקיים $\rho(B) < 1$
עם התנאי הנכרחי הוא $\rho(B) < 1$

$A^k \rightarrow 0 \Leftrightarrow \rho(A) < 1$

$(\lim_{k \rightarrow \infty} A^k)_v = \lim_{k \rightarrow \infty} A^k v = \lim_{k \rightarrow \infty} \lambda^k v = 0 \Rightarrow \lambda^k \rightarrow 0 \Rightarrow \lambda < 1$ (תנאי הדרוש)

(?) $A = VL_\lambda V^{-1} \Rightarrow A^n = VL_\lambda^n V^{-1}$

כמילוי התשובה

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $a, b, c, d > 0$

$B_{GS} = -A_1^{-1}A_2 = -\begin{pmatrix} a & \\ & d \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} b & \\ c & \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} b/a & \\ c/d & \end{pmatrix}$

$\rho(B) = \det(\lambda I - B) = \det \begin{pmatrix} \lambda & b/a \\ c/d & \lambda \end{pmatrix} = \lambda^2 - \frac{bc}{ad} \Rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{bc}{ad}} < 1 \Rightarrow bc < ad$

$\|B\|_\infty = \max\{\frac{b}{a}, \frac{c}{d}\} < 1$

תנאי מספיק

למשל $\|B\|_\infty > 1$ אם $b > a$ או $c > d$ (למשל $b > a$ או $c > d$)

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1/4 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow bc = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} < 1 = ad \Rightarrow$

יש סדרה
קונסנטיבי
מספיק

A אלמנטריות דומיננטית עם שורות אם $\sum_{j \neq i} a_{ij} \geq a_{ii}$ (ראו דוגמה)

לדוגמה: אם מקבלים מטריצה 4×4 עם מספרים (בתחתון). בטורפים היאם המנסים
עם GJ! אם לא, מה יש? עשיתי כדור שניתן זהים עשיתי אלה
איטליאניות את קיבלתי מטריצה גדולה, קשה לעבוד. עבדתי עכשיו, ראיתי
עשיתי זאת ב"א אלמנטריות דומיננטית אם המאטריס לא דומיננטית (אם לא)
אילו עזרה אלה ב"ה החלפת שורות.

אם A היא אלמנטר DD SE GS -1 GJ ממקובלת כי

כי GJ קרוב למהלך $\|B\|_{\infty} < 1$ יב - GS חלבה קצת יותר טרזית, אם
נמוך למהלך כי $P(B) < 1$