

1

בסיס של דיסקרט (אנליזה), היום (משקל עם זה)

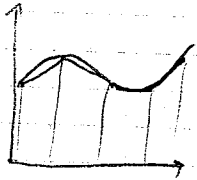
נוחה שאנחנו רוצים אלמנטרית, אנו רוצים לקבוע את  $h$  של  $10^{-6}$ , אנו רוצים לקבוע את  $h$  של  $10^{-6}$  כדי לקבוע את  $h$  של  $10^{-6}$ ?

$$\left| \frac{f''(\xi)}{12} (b-a) \cdot h^2 \right|$$

בטרינום השלישי הוא

במקרה שלנו  $f = \ln$  והמקסימום של  $f''$  בקטע הוא:

$$\max_{x \in (1,2)} \ln'' x = 1$$



$$h \leq 0.0035 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{h^2}{12} \leq 10^{-6}$$

אז  $h$  (גודל הקטע)

$$N \geq 289 \quad \Leftrightarrow \quad N = \frac{b-a}{h}$$

אנחנו רוצים את מספר הנקודות שצריך ולכן  $N+1 \geq 290$  בטרינום?

בסיס סמפסון:

$$\left| \frac{f^{(4)}(x)}{180} (b-a) \cdot h^2 \right| \leq \frac{h^4}{30} \leq 10^{-6} \Rightarrow h < 0.075$$

$$\max_{x \in (1,2)} f^{(4)}(x) = 6$$

גודל הקטע  $N$  (מספר הקטעים)

$$N = \frac{b-a}{2h} \geq 7 \Rightarrow 2N+1 \geq 15 \quad (\text{מספר סמפסון})$$

(\*)  $\int_a^b w(x) f(x) dx$  (כאן  $w(x)$  הוא משקל)  $\int_a^b f(x) dx$  (כאן  $w(x) = 1$ )

$$\int_a^b f(x) dx$$

אם נשתמש בטרינום אנחנו רוצים בקטע אחד, כלומר, אנחנו רוצים לקבוע את  $h$  של  $10^{-6}$ .

$$\int_a^b f(x) dx = A_0 f(a) + A_1 f(b) + \text{err}$$

אנחנו רוצים בקטע אחד, כלומר, אנחנו רוצים לקבוע את  $h$  של  $10^{-6}$ .

$$\left. \begin{aligned} \int_a^b 1 dx &= b-a = A_0 + A_1 \\ \int_a^b x dx &= \frac{b^2-a^2}{2} = aA_0 + bA_1 \end{aligned} \right\}$$

$$A_0 = A_1 = \frac{b-a}{2}$$

קובנו  $\frac{b-a}{2}$

זה בטרינום נוסחה בטרינום

$$\frac{f(a)+f(b)}{2} (b-a)$$

(השלישי של הטרינום)

$$\int_a^b f(x) dx = A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1)$$

אז

אם נשתמש בטרינום אנחנו רוצים בקטע אחד, כלומר, אנחנו רוצים לקבוע את  $h$  של  $10^{-6}$ .

$$1, x, x^2, x^3$$

אנחנו רוצים בקטע אחד, כלומר, אנחנו רוצים לקבוע את  $h$  של  $10^{-6}$ .



3

אם אנחנו רוצים סדרה מסדר  $n$ , כל פולינום עם סדר  $(n+1)$  נ"מ, נקרא

הצורה הכללית של אינטרפולציה

השגיאה באופן כללי של האינטרפולציה:

$$E_n(x) = f(x) - P_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(x)}{(n+1)!} P(x) \quad P = \prod_{k=0}^{n-1} (x-x_k)$$

$$P_{max} = \max_x |P(x)| = \|P\|_{\infty}$$

לדבר:

ה- $P$  ו- $f$  נקראים  $x_k$  כקבוצת נקודות. זה יקרה. אינטרפולציה  
 שמה הוא אבולוציה מתמטית קבועה. זה היה אבולוציה של  $f$  לא תמיד  
 אינטרפולציה

$$\min_{-1 < x_0 < x_1 < 1} \|P\|_{\infty} = \min_{-1 < x_0 < x_1 < 1} \max_{x \in (-1,1)} |x-x_0||x-x_1| \quad P \in P_2 \quad \text{קובצה}$$

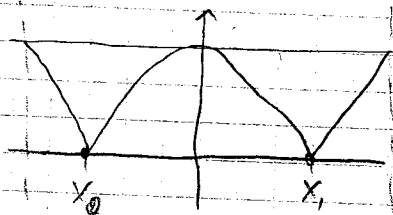
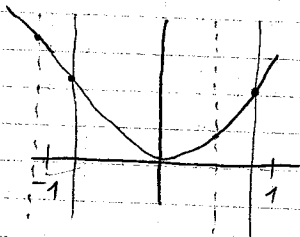
הצורה של  $\max$  גורמת לנו לנקודות קבועות או אבולוציה

כך אנחנו יכולים להשלים את  $P$  באמצעות בחירת הנקודה

כיוון שהנקודה  $x_0$  כבועה, זה בעצם של  $x_0$  נקודה

$$P_{max} = \max \left\{ |P(-1)|, P\left(\frac{x_0+x_1}{2}\right), |P(1)| \right\}$$

תכונה חשובה של פולינום זה היא שהנקודה היא סטטית, כלומר  $x_0 = -x_1$



עמדה קבועה כבועה

הפונקציה  
 כבועה מאד  
 מבינים היטב  
 על קו  $x$

עם נמצאים כל קו  $x$   
 נקודות כי נק' אחר קו  $x$   
 ואחר קו  $x$  אחר קו  $x$   
 שכל מה היטב

זה היטב האינטרפולציה כיוון  
 שיש נמשך ה"אינטרפולציה" היטב  
 ע"י מנקודות (כאשר נמצאים כל קו  $x$ )  
 מ"מ

$$P_{max} = \max_{x_1 \in (0,1)} \left\{ 1-x_1^2, x_1^2 \right\} \Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}$$