

אלגוריתמים – תרגול 11

תרגיל: נתון גרף מכוון $G = (V, E)$. רוצים למצוא $F \subset E$ כך שבגרף (V, F) לכל קודקוד יש דרגת כניסה ודרגת יציאה 1 או להודיע שאין כזו.

נשכפל את קבוצת הצמתים $V_1 = V, V_2 = V$. לכל $(u, v) \in E$ נבנה קשת (u_1, v_2) . נמצא זיווג מקסימלי. אם הוא שלם אז הקשתות המתאימות בו הן הפתרון. אחרת אין פתרון.

מפני שקבוצת קשתות הן זיווג שלם \Leftrightarrow הקשתות המתאימות ה- G מקיימות את הנדרש. (הדרגות ב- v_1 מתאימות לדרגות יציאה והדרגות ב- v_2 מתאימות לדרגות כניסה).

תרגיל בתכנות דינמי

$x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$, רוצים למצוא תת סידרה רצופה בעלת סכום מקסימלי.

נחשב לכל i את:

הסכום המקסימלי של תת הסדרה הרציפה $S_i^+ = x_1, \dots, x_i$ (יכולה לכלול את x_i)
 הסכום המקסימלי של תת הסדרה הרציפה $S_i^- = x_1, \dots, x_{i-1}$.

נגדיר את הסכומים כך:

$$S_i^+ = \max\{S_{i-1}^+ + x_i, x_i\}$$

$$S_i^- = \max\{S_{i-1}^+, S_{i-1}^-\}$$

הפתרון האופטימלי הוא:

$$S = \max\{S_n^+, S_n^-\}$$

מציאת תת סידרה:

נתחיל מ- $i = n$ ונלך אחורה עד שנמצא i עבורו $S = S_i^+$.

\Leftarrow תת הסידרה מסתיימת ב- x_i .

נמשיך ללכת אחורה עד שנקבל סכום S והאיבר שנעצור בו יהיה תחילת הסידרה.

בעיית הסוכן הנוסע

קלט: גרף לא מכוון $G = (V, E)$ $w: E \rightarrow \mathbb{R}^+$

מטרה: למצוא מעגל פשוט שעובר דרך כל הקודקודים במשקל מינימלי OPT .

נמצא מעגל שמשקלו לכל היותר $2OPT$, נשתמש בעובדה כי $MST \leq OPT$, ואנחנו נמצא $2MST$.

נניח ש- w מקיימת את אי שיויון המשולש:

$$\forall x, s, z \in V. w(x, z) \leq w(x, s) + w(s, z)$$

אלגוריתם קרוב:

1. נמצא עץ"מ.
2. נכפיל כל קשת של העץ עם המשקל שלה לקשתות אנטי-מקבילות.
3. נמצא מעגל אוילר בגרף החדש (קיים כי כל הדרגות זוגיות)

תרגיל: נתונים אוסף משוואות $x_i \cdot c_{ij} \leq x_j$. האם יש פתרון המקיים את כל המשוואות?

מגדירים שאורך מסלול יהיה הכפלה של משקולות במקום סכום.
נריץ את Bellman-Ford עם δ מוגדר בצורה זו, כלומר לשנות את ה-RELAX:

RELAX ($w(e)=c_{ij}$)
if $\delta(s, x_j) \leq \delta(s, x_i) \cdot c_{ij}$